54 **S** **Calcula, utilizando la regla de L'Hôpital, los siguientes límites, que son del tipo $\left(\frac{0}{0}\right)$:**

a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 1}{x^2 - 3x - 4}$ **b)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{ln(e^x + x^3)}{x}$ **c)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x}{1 - cos\, x}$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{a^x - b^x}{x}$ **e)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arctg\, x - x}{x - sen\, x}$ **f)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - e^{sen\, x}}{1 - cos\, x}$

g) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{ln(cos\, 3x)}{x^2}$ **h)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{ln(1 + x)}{\sqrt[4]{x^3}}$ **i)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - cos^2(2x)}{3x^2}$

j) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{x - sen\, x}{x\, sen\, x}\right)$

a) $$lím \frac{x^3 + 1}{x^2 - 3x - 4} = lím \frac{3x^2}{2x - 3} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

b) $$lím \frac{ln(e^x + x^3)}{x} = lím \frac{e^x + 3x^2}{e^x + x^3} = 1$$

c) $$lím \frac{sen\, x}{1 - cos\, x} = lím \frac{cos\, x}{sen\, x}$$

Hallamos los límites laterales:

$$lím \frac{cos\, x}{sen\, x} = -\infty; \quad lím \frac{cos\, x}{sen\, x} = +\infty$$

d) $$lím \frac{a^x - b^x}{x} = lím \frac{a^x\, ln\, a - b^x\, ln\, b}{1} = ln\, a - ln\, b = ln \frac{a}{b}$$

e) $$lím \frac{arctg\, x - x}{x - sen\, x} = lím \frac{\frac{1}{1 + x^2} - 1}{1 - cos\, x} = lím \frac{\frac{-2x}{(1 + x^2)^2}}{sen\, x} = lím \frac{\frac{6x^2 - 2}{(1 + x^2)^3}}{cos\, x} = -2$$

f) $$lím \frac{e^x - e^{sen\, x}}{1 - cos\, x} = lím \frac{e^x - e^{sen\, x} \cdot cos\, x}{sen\, x} =$$

$$= lím \frac{e^x - e^{sen\, x} cos^2 x + e^{sen\, x} sen\, x}{cos\, x} = 0$$

g) $$lím \frac{ln(cos\, 3x)}{x^2} = lím \frac{\frac{-3\, sen\, 3x}{cos\, 3x}}{2x} = lím \frac{-3\, tg\, 3x}{2x} =$$

$$= lím \frac{-9(1 + tg^2\, 3x)}{2} = -\frac{9}{2}$$

h) $$\text{lím} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt[4]{x^3}} = \text{lím} \frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}} = \text{lím} \frac{4\sqrt[4]{x}}{3(1+x)} = 0$$

i) $$\text{lím} \frac{1-\cos^2(2x)}{3x^2} = \text{lím} \frac{2\cos(2x)\,\text{sen}(2x)\cdot 2}{6x} = \text{lím} \frac{2\,\text{sen}\,4x}{6x} =$$

$$= \text{lím} \frac{\text{sen}\,4x}{3x} = \text{lím} \frac{4\cos 4x}{3} = \frac{4}{3}$$

j) $$\text{lím} \left(\frac{x-\text{sen}\,x}{x\,\text{sen}\,x}\right) = \text{lím} \frac{1-\cos x}{\text{sen}\,x + x\cos x} = \text{lím} \frac{\text{sen}\,x}{\cos x + \cos x - x\,\text{sen}\,x} = 0$$

57 **Calcula los siguientes límites:**

a) $$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\text{sen}\,x}-\frac{1}{x}\right)$$

b) $$\lim_{x\to \pi/4}\left(\frac{1}{\cos 2x}-\frac{\text{tg}\,x}{1-(4x/\pi)}\right)$$

c) $$\lim_{x\to 1}\left(\frac{e}{e^x-e}-\frac{1}{x-1}\right)$$

a) $$\text{lím} \left(\frac{1}{\text{sen}\,x}-\frac{1}{x}\right) = \text{lím} \frac{x-\text{sen}\,x}{x\,\text{sen}\,x} = \text{lím} \frac{1-\cos x}{\text{sen}\,x + x\cos x} =$$

$$= \text{lím} \frac{\text{sen}\,x}{\cos x + \cos x - x\,\text{sen}\,x} = \frac{0}{2} = 0$$

b) $$\text{lím} \left(\frac{1}{\cos 2x}-\frac{\text{tg}\,x}{1-(4x/\pi)}\right) = \text{lím} \frac{1-(4x/\pi)-\text{tg}\,x\cdot\cos 2x}{(\cos 2x)(1-(4x/\pi))} =$$

$$= \text{lím} \frac{-4/\pi - \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} + 2\,\text{tg}\,x\cdot\text{sen}\,2x}{-2\,\text{sen}\,2x(1-(4x/\pi)) + \cos 2x\cdot(-4/\pi)} = \frac{2-4/\pi}{0}$$

Hallamos los límites laterales:

$$\text{lím}\ f(x) = -\infty, \qquad \text{lím}\ f(x) = +\infty \qquad \left(\text{siendo } f(x) = \frac{1}{\cos 2x} - \frac{\text{tg}\,x}{1-(4x/\pi)}\right).$$

c) $$\text{lím} \left(\frac{e}{e^x-e}-\frac{1}{x-1}\right) = \text{lím} \frac{e\cdot x - e - e^x + e}{(e^x-e)(x-1)} = \text{lím} \frac{e\cdot x - e^x}{(e^x-e)(x-1)} =$$

$$= \text{lím} \frac{e-e^x}{e^x(x-1)+(e^x-e)} = \text{lím} \frac{-e^x}{e^x(x-1)+e^x+e^x} = \frac{-e}{2e} = \frac{-1}{2}$$