EJERCICIOS

1. Discutir la posición relativa de la recta $r:\begin{cases} 2x+2y+(m+1)z=3 \\ -x+y+z=1 \end{cases}$ y el plano $\pi: mx+2y+3z=3$
en función del parámetro m

2. Comprobar si los puntos A(1,2,3) B(1,-2,4) y C(1,-3,5) están alineados. En caso afirmativo dar la ecuación continua de la recta que los contiene y en caso negativo determinar la ecuación general del único plano que los contiene.

3. Determinar la posición relativa de las siguientes rectas, si son secantes averiguar el ángulo que forman y el punto de corte, en caso contrario dar la distancia entre ellas.

$$r \equiv \begin{cases} x=-7+4\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=2 \end{cases} \qquad s: \frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z}{-2}$$

4. Determinar la posición relativa de las rectas siguientes y la ecuación general del plano que las contiene

$$r_1 \equiv \frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z}{-2} \qquad r_2 \equiv \{(x.y.z)=(-7,1,2)+\lambda(4,-1,0)\}$$

5. Decidir si el plano de ecuación cartesiana $x+y+x=1$ es el mismo plano que viene dado por las ecuaciones paramétricas

$$x=\frac{1}{2}-\lambda-\mu$$
$$y=\frac{1}{2}+\lambda-\mu$$
$$z=2\mu$$

6. Calcular el valor de a para que los cuatro puntos siguientes estén en un mismo plano. Dar la ecuación normal del plano A(1,0,0,) B(0,1,0) C(0,0,1) y D(1,1,a)

7. Se sospecha que el plano definido por el punto (1,0,5) y los vectores $\bar{u}=(3,1,1)$, $\bar{v}0(-1,3,-2)$ se corta en un punto con la recta cuyas ecuaciones en forma continua son

    1. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-7}{10}=\frac{z-2}{-5}$

8. Hallar todas las ecuaciones del plano que pasa por el punto (3,0,3) y contiene a la recta $\frac{x}{-2}=y+1=\frac{z-3}{3}$

9. Dada la recta $r:\begin{cases} x+y+z-1=0 \\ -x-2y+z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x+y+mz-3=0$ Estudiar la posición relativa de la recta r y el plano π según los valores del parámetro m , hallar también la intersección de la recta y el plano en el caso m = 1.

10. Obtener la ecuación del plano que es paralelo a las dos rectas siguientes y que pasa por el punto (1,1,2)

$$r_1: \frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2} \qquad\qquad r_2: \begin{cases} 2x-y+z=-2 \\ -x+y+3z=1 \end{cases}$$

11. Determina la posición relativa de los planos siguientes, averiguar también el ángulo que forman y la ecuación paramétrica de la recta intersección

$$\alpha: x-y+z-4=0 \qquad\qquad \beta: 2x+y-z+1=0$$

12. Dado el punto P(2,-1,3) halla las ecuaciones de:
    a) Plano paralelo a $\pi: 2x+3y-z+4=0$ que contiene a P
    b) Plano perpendicular a la recta $\frac{x-3}{2}=y=\frac{z+2}{-1}$ que contiene a P

13. Dada la recta $r:\begin{cases} x=-1-2\lambda \\ y=3+\lambda \\ z=-5 \end{cases}$ Halla :
    a) Plano que pasa por el punto P(5,5,1) y es perpendicular a la recta r
    b) Punto de corte entre la recta r y el plano del apartado anterior
    c) Recta que pasa por el punto P y el obtenido en b)
    d) ¿Qué ángulo forman la recta r y la del apartado c)?

14. Halla la ecuación de la recta paralela a $r:\begin{cases} x+2z=5 \\ y+3z=5 \end{cases}$, que pasa por el punto de intersección de la recta $s: \frac{x-1}{4}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{3}$ con el plano $\pi: x-y+z=7$.

15. Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y contiene a las rectas:

$$r: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-1}{4} \qquad\qquad s: \begin{cases} x+y+z-1=0 \\ x-y-5=0 \end{cases}$$

16. Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta $r: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=z$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos A(2,0,0) y B(0,1,0).

17. ¿Son coplanarios los puntos A(1,0,0), B(0,1,0), C(2,1,0) y D(-1,2,1)?.

18. Calcula el valor de "m" para que los puntos A(m,0,1), B(0,1,2), C(1,2,3) y D(7,2,1). ¿Cuál es la ecuación de ese plano?.

19. Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta "r" y es paralelo a la recta "s", siendo:

$$r : \begin{cases} x + y - 2z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 \\ -x - y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

20. Estudiar la posición relativa de la recta $r : \begin{cases} x = 3\lambda - 1 \\ y = \lambda + 2 \\ z = 2\lambda \end{cases}$ y el plano determinado por los puntos A(1,3,2), B(2,0,1) y C(1,4,3).

21. Estudia en función de "a" la posición relativa de las rectas:

$$r : \begin{cases} x = 1 + a \cdot t \\ y = -1 - a \cdot t \\ z = 1 + t \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - y + a \cdot z = 5 \end{cases}$$

22. Obtén el valor de "k" para el cual las rectas r y s se cortan, y halla el punto de corte:

$$r : x = y = z - k \qquad s : \frac{2x - 1}{3} = \frac{y + 3}{-2} = \frac{z - 2}{0}$$

23. Determinar el valor de "a" para que las rectas r y s sean coplanarias:

$$r : x = y - a = \frac{z}{0} \qquad s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$$

24. Hallar el valor de "k" para que los planos tengan en común una recta. Hallar la ecuación de dicha recta.

$$\Pi : x + y + z = 2$$
$$\Pi' : 2x + 3y + z = 3$$
$$\Pi'' : k \cdot x + 10y + 4z = 11$$

25. Discutir en función del parámetro "a" la posición relativa de los planos:

$$\Pi : 3x - ay + 2z - a - 1 = 0$$
$$\Pi' : 2x - 5y + 3z = 1$$
$$\Pi'' : x + 3y - (a - 1)z = 0$$

26. Dados los planos $\Pi : mx + 2y - 3z - 1 = 0$ y $\Pi' : 2x - 4y + 6z + 5 = 0$, halla m para que sean:

a. Paralelos.

b. Perpendiculares.

27. Calcula el ángulo que forma la recta $\frac{x-3}{7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$, con el plano $x + 3y - z + 1 = 0$

28. Determina la ecuación de la recta r que pasa por el punto A y es perpendicular al plano π. $A(3,0,-1)$ $\pi : 2x - 3y - z + 1 = 0$

29. Hallar la distancia del punto P(5,6,6) a la recta $r : (5\lambda, 2-\lambda, \lambda)$, por los tres métodos.

30. Calcular la distancia del punto P (8,5,-6) al plano $\pi : x + 2y - 2z + 3 = 0$

31. Calcula la distancia entre las dos rectas mediante cada uno de los métodos aprendidos

a) $r : \begin{cases} x = 13 + 12\lambda \\ y = 2 \\ z = 8 + 5\lambda \end{cases}$ $s : \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 + \mu \\ z = -9 \end{cases}$ b) $r : \begin{cases} x = 5\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ $s : \begin{cases} x = 5 + 7\mu \\ y = 1 - 5\mu \\ z = 1 - 5\mu \end{cases}$

32. Calcula la distancia de la recta y el plano: $r : (1 - 3\lambda, 2 + \lambda, 1 - \lambda)$ $\pi : x + 3y = 0$

33. Calcula la distancia entre los planos $\pi_1 : y - 5z + 4 = 0$ $\pi_2 : 2y - 10z = 0$

34. Hallar el plano que contiene a los puntos A(-4, 0, -2) y B(0, 3, -1) y es perpendicular al plano $\pi : x + 3z = 5$

35. Halla el punto simétrico de P(1, 0, 1) respecto del plano $\pi : x - y + z = 1$

36. Halla la distancia entre las rectas

$$r : \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 3 - \lambda \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

37. Determina el ángulo que forman la recta y el plano siguientes

$$r : \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases} \qquad \pi : 2x - 3y + z + 1 = 0$$

38. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P(2, -1,1) y corta perpendicularmente a la recta $r: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ (Hay muchas formas de hacerlo pero una puede ser encontrar un plano perpendicular a r y que tenga a P y el otro que sea el que contenga a r y a P)

39. Comprueba que las rectas $r: \frac{x}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$ y $s: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ se cruzan y halla la ecuación de la perpendicular común a ambas