

EJERCICIOS DE PROBABILIDAD PAU Castilla y León.

1. En una urna hay 2 bolas blancas y 1 negra, si se considera el siguiente experimento aleatorio “Se extrae una bola al azar, se observa su color y se devuelve a la urna”, calcula la probabilidad de que en dos extracciones se obtengan:
- a) 2 bolas blancas.
 - b) 1 bola blanca y 1 negra.
 - c) 2 bolas negras.

SOLUCIÓN: a) $4/9$; b) $4/9$; c) $1/9$

2. De una muestra de 9 personas, 2 son de nivel socioeconómico bajo, 3 de nivel socioeconómico medio y 4 de nivel socioeconómico alto.
- a) Si se eligen 2 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean de nivel socioeconómico bajo?
 - b) Si se eligen 3 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna sea de nivel socioeconómico alto?

SOLUCIÓN: a) $1/36$; b) $5/42$

3. La probabilidad de que un estudiante que ingresa en la universidad se licencie en 5 años es de $0'4$. Se eligen al azar 10 estudiantes. Calcula:
- a) La probabilidad de que ninguno se licencie en 5 años.
 - b) La probabilidad de que al menos uno se licencie en 5 años.
 - c) La probabilidad de que todos se licencien en 5 años.

SOLUCIÓN: a) $0'006$, b) $0'994$, c) $0'0001$

4. Sea A el suceso “una determinada persona A resuelva un determinado problema” y B el suceso “lo resuelva la persona B”. Se sabe que la probabilidad de que lo resuelvan las dos personas es de $1/6$ y la de que no lo resuelva ninguna de las dos es de $1/3$. Sabiendo que la probabilidad de que lo resuelva una persona es independiente de que lo resuelva la otra, calcula $p(A)$ y $p(B)$

SOLUCIÓN: $p(A)=1/2$ y $p(B)=1/3$ ó $p(A)=1/3$ y $p(B)=1/2$

5. Tres máquinas A, B y C producen el 50%, 30% y 20% respectivamente, del total de los objetos de una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son, respectivamente, 3%, 4% y 5%.

- a) Si se selecciona un objeto al azar ¿qué probabilidad tiene de salir defectuoso?
- b) Suponiendo que es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A?

SOLUCIÓN: a) $p(\text{def})=0'037$; b) $p(A/\text{def})=0'405$

6. Se tiene un dado truco con los resultados que se recogen en la tabla siguiente:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Probabilidad		$0'15$		$0'25$		$0'30$

- a) Completar la tabla anterior, si se sabe que los números impares tienen la misma probabilidad de salir.
- b) Se lanza una vez el dado. Calcular la probabilidad de que no salga un número impar.
- c) Se lanza dos veces el dado. ¿Cuál es la probabilidad de que salga el 3 y el 4?

SOLUCIÓN: a) $0'1$; b) $0'7$; c) $0'05$

7. En una asesoría fiscal se ha contratado a tres personas para hacer declaraciones de renta. La primera de ellas se encarga de efectuar el 30 %, la segunda el 45 % y la tercera el 25 % restante. Se ha comprobado que de las declaraciones realizadas por la primera persona, el 1 % son erróneas, la segunda comete errores en el 3 % de los casos y la tercera en el 2 % de los casos.

a) Calcula la probabilidad de que, al elegir al azar una declaración de la renta, ésta sea errónea.

b) Al elegir una declaración que resultó correcta, ¿cuál es la probabilidad de que la haya realizado la segunda persona?

SOLUCIÓN: a) $p(\text{errónea})=0'0215$ b) $p(2^{\text{a}}\text{correcta})=0'446$

8. Consideremos el siguiente juego entre dos personas: De una bolsa con bolas rojas y negras se sacan dos bolas. Si son del mismo color se gana el juego y si no, es el turno del otro jugador. El juego continúa hasta que uno de los jugadores gana o en la bolsa no quedan bolas. Si en la bolsa hay 4 bolas rojas y 2 negras:

a) Halla la probabilidad de que el jugador que empieza gane en la primera tirada.

b) El primer jugador no ha ganado. Es el turno del segundo jugador. Halla la probabilidad de que gane en esta tirada.

SOLUCIÓN: a) $p(\text{gane } 1^{\text{o}}) = 7/15$; b) $p(2^{\text{a}}\text{ gane/no gana } 1^{\text{o}}) = 1/2$

9. El 20 % de los habitantes de una determinada población son jubilados, y otro 20 % son estudiantes de LOGSE. El fútbol les gusta al 75 % de los jubilados, al 50 % de los estudiantes y al 20 % del resto de la población. Calcula la probabilidad de que el egida al azar una persona a la que le gusta el fútbol, sea jubilada.

SOLUCIÓN: $p(\text{Jubilada/fútbol}) = 15/37$

10. Sean A y B dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran simultáneamente es $1/6$ y la de que no ocurra ninguno es $1/3$. Determina las probabilidades $p(A)$ y $p(B)$.

SOLUCIÓN: $p(A)=1/3$; $p(B)=1/2$ ó $p(A)=1/2$; $p(B)=1/3$.

11. Se tira una moneda y si sale cara se tira una vez un dado y se anota lo que sale, y si sale cruz se tira dos veces y se anota la suma del resultado de ambas tiradas.

a) Calcula la probabilidad de que se haya anotado un 11 y la probabilidad de que se haya anotado un 6.

b) Si el resultado anotado es un 6, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido cara al tirar la moneda?

SOLUCIÓN: a) $p(11) = 1/36$; $p(6) = 11/72$; b) $6/11$.

12. En un examen realizado a un grupo de alumnos, tres han obtenido la calificación más alta. Como sólo se puede dar una matrícula de honor, deciden que ésta será para aquel que saque la bola blanca de una bolsa que contiene dos bolas negras y una blanca. Los tres van sacando, por orden, una bola que no devuelven. ¿Quién tiene más probabilidad de sacar la bola blanca: el primero, el segundo o el tercero?

SOLUCIÓN: Es $1/3$ para cada uno.

13. Juan, María y Pablo quedan para ir al cine. Las probabilidades de llegar con retraso son $0'3$, $0'2$ y $0'1$ respectivamente. El retraso o no de uno de ellos no depende de los otros dos. Calcula las probabilidades siguientes:

a) Ninguno se retrasa.

b) Sólo uno se retrasa.

c) Sabiendo que sol o uno se retrasó. ¿Cuál es la probabilidad de que fuera Juan?

SOLUCIÓN: a) 0'504; b) 0'398; c) 0'543

14. Un establecimiento comercial dispone en el almacén de 300 unidades del producto A, 600 del producto B y 100 del producto C. La probabilidad de que una unidad sea defectuosa sabiendo que es del producto A es 0,2 y de que lo sea sabiendo que es del producto B es 0,15. Se sabe que la probabilidad de que siendo una unidad defectuosa proceda de C es 0,3. Halla la probabilidad de que una unidad sea defectuosa sabiendo que es del producto C.

SOLUCIÓN: $p = 9/14$

15. Un examen tipo test consiste en 60 preguntas, con dos posibles respuestas: verdadero o falso. Para aprobar es necesario contestar correctamente al menos a 50 preguntas.

a) La probabilidad de que Juan conozca la respuesta a cada pregunta es 0'8. Calcula la probabilidad de que apruebe el examen.

b) María conoce la respuesta correcta a 40 preguntas y contesta las 20 restantes al azar. Calcula la probabilidad de que apruebe el examen.

SOLUCIÓN: a) $p = 0'3156$; b) $p = 0'5871$

16. El 20% de los habitantes de una determinada población son jubilados y otro 20% son estudiantes. La música clásica les gusta al 75% de los jubilados, al 50% de los estudiantes y al 20% del resto de la población. Calcula la probabilidad de que elegida al azar una persona a la que le gusta la música clásica sea jubilada.

SOLUCIÓN: $p = 0'405$

17. El 70% de los clientes de una empresa tiene menos de 40 años. De los mayores de 40 años el 10% compra el producto A. El 60% de los clientes que consumen el producto A tiene menos de 40 años. Calcula la probabilidad de que elegido aleatoriamente un cliente de la empresa, éste sea comprador del producto A.

SOLUCIÓN: $p = 3/40$

18. En una empresa de auditorías se ha contratado a tres personas para inspeccionar a las empresas bancarias realizando las correspondientes auditorías. La primera de ellas se encarga de efectuar el 30%, la segunda el 45% y la tercera el 25% restante. Se ha comprobado que de las inspecciones realizadas por la primera persona, el 1% son erróneas; la segunda comete errores en el 3% de los casos y la tercera en el 2% de los casos.

a) Calcula la probabilidad de que, al elegir al azar una inspección, ésta sea errónea.

b) Al elegir una inspección correcta, ¿cuál es la probabilidad de que la haya realizado la segunda persona?

SOLUCIÓN: a) $p = 0'0215$; b) 0'446

19. El estudio sobre los créditos concedidos por un banco multinacional el pasado año revela que el 42% de dichos créditos se ha concedido a clientes españoles, el 33% a clientes del resto de la Unión Europea y el 25% a clientes del resto del mundo. De esos créditos, los créditos hipotecarios suponen, respectivamente, el 30%, el 24% y el 14%. Elegido un cliente al azar que ha recibido un crédito, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito concedido no sea hipotecario?

SOLUCIÓN: $p = 0'7598$

20. En un IES se va a organizar una excursión que consiste en una semana en la nieve. De los alumnos de Bachillerato van a apuntarse 20 chicas y 25 chicos de un total de 43 chicas y 50 chicos. Si se elige un alumno al azar calcula la probabilidad de que:
- Sea chico y no vaya a la excursión.
 - Vaya a la excursión sabiendo que es chica.
 - Sea chica sabiendo que va a la excursión.
 - ¿Son los sucesos “sea chica” e “ir de excursión” sucesos independientes?
- SOLUCIÓN:** $p = 25/93$; $b) p = 20/43$; $c) p = 20/45$; $d) \text{ No son independientes}$
21. En un determinado país el 30 % de los coches en circulación tiene motor diesel y el 70 % motor de gasolina. Entre los del tipo diesel, el 25 % tiene una antigüedad superior a 10 años, mientras que sólo el 10 % de los que tienen motor de gasolina supera dicha antigüedad.
- Determinar el porcentaje de coches con una antigüedad superior a 10 años.
 - Entre los coches con más de 10 años de antigüedad, ¿qué porcentaje son diesel?
- SOLUCIÓN:** $a) 14'5$; $\% b) 51'7 \%$
22. Sean A y B dos sucesos tales que $p(A) = 0'4$, $p(B) = 0'3$ y $P(A \cap B) = 0'2$. ¿Cuánto debe valer $p(A/\bar{B})$, (con \bar{B} denotando el complementario del suceso B).
- SOLUCIÓN:** $p(A/\bar{B}) = 2/7$
23. Dos sucesos tienen la misma probabilidad igual a 0'5. La probabilidad de que ocurra uno de los sucesos sabiendo que ha ocurrido el otro es igual a 0'3. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos?
- SOLUCIÓN:** $p = 0'15$
24. En una joyería hay dos alarmas. La probabilidad de que se active la primera es 1/3, de que se active la segunda es 2/5 y de que se activen las dos a la vez es 1/15, ¿Cuál es la probabilidad de que se active alguna de las dos? ¿Y de que no se active ninguna de ellas?
- SOLUCIÓN:** $a) p = 2/3$; $b) p = 1/3$
25. El 35% de los créditos de un banco son para vivienda, el 50% para industrias y el 15% para consumo diverso. Resultan impagados el 20% de los créditos para vivienda, 15% de los créditos para industria y el 70% de los créditos para consumo.
- Calcula la probabilidad de que se pague un crédito elegido al azar.
 - Sabiendo que un crédito elegido al azar no fue pagado, ¿Cuál es la probabilidad de que fuera un crédito para industria.
- SOLUCIÓN:** $a) p = 0'75$; $b) p = 0'3$
26. Dos sucesos A y B tienen probabilidades 0'4 y 0'5. Sabiendo que son independientes, calcula la probabilidad de que no suceda ninguno de los dos.
- SOLUCIÓN:** $P = 0'3$
27. Se juntan 3 clases A, B y C con el mismo número de alumnos en el salón de actos de un instituto. Se sabe que el 10 % de los alumnos en la clase A son zurdos, en la clase B el 8 % son zurdos y en la clase C el 88 % de los alumnos no son zurdos.
- Si elegimos al azar un alumno del salón de actos, ¿con qué probabilidad el alumno no será zurdo?
 - Sabiendo que un alumno elegido al azar del salón de actos es zurdo, ¿cuál es la probabilidad de que no pertenezca a la clase C?
- SOLUCIÓN:** $a) p = 0'9$; $b) p = 0'6$.

28. Calcula la probabilidad del suceso $A \cap B$ sabiendo que la probabilidad de que ocurra al menos uno de los dos sucesos A o B es 0'8 y que $P(A) = 0'3$

SOLUCIÓN: $p(\bar{A} \cap B) = 0'5$.

29. En una reunión hay 7 personas de las que 4 son médicos y 3 abogados. Si elegimos dos personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que uno sea médico y otro abogado?

SOLUCIÓN: $p = 4/7$

30. En cierta población, un 20 % de los trabajadores trabaja en la agricultura, un 25 % en la industria y el resto en el sector servicios. Un 63 % de los que trabajan en la agricultura son mayores de 45 años, siendo el porcentaje de mayores de 45 años del 38 % y el 44 % en los otros sectores respectivamente.

a) Seleccionando un trabajador al azar, ¿qué probabilidad hay de que tenga menos de 45 años?

b) Si sabemos que un trabajador es mayor de 45 años, ¿qué probabilidad hay de que proceda de la agricultura?

SOLUCIÓN: a) $p(< 45) = 0'537$; b) $p(A/> 45) = 0'272$

31. El 10 % de las personas tiene miedo a las arañas, el 30 % a las ratas y el 8 % a las dos, ¿cuál es la probabilidad de que una persona no tenga miedo a ninguna de las dos?

SOLUCIÓN: $p = 0'68$

32. Un bosque de montaña contiene un 50 % de pinos, un 30 % de abetos y un 20 % de abedules. Si sabemos que un árbol es pino la probabilidad de que esté enfermo es 0'1. Sabiendo que es abedul, la probabilidad de que esté sano es 0'8 y sabiendo que es abeto, la probabilidad de que esté enfermo es de 0'15.

a) Halla la probabilidad de que un árbol esté enfermo.

b) Halla la probabilidad de que sabiendo que un árbol está enfermo sea abedul.

c) Halla la probabilidad de que un árbol esté enfermo y sea un pino.

SOLUCIÓN: a) $p(e) = 0'135$; b) $p(ab/e) = 8/27$; c) $p(e,p) = 0'05$

33. Si $P(B) = 0'3$ y $P(A \cap B) = 0'06$, calcula $P(A/B)$ y $P(A)$ sabiendo que A y B son independientes.

SOLUCIÓN: $p(A/B) = p(A) = 0'2$.