

1. Tenemos una urna con 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. Si sacamos 3 bolas de la urna, sin devolución, entonces:

- a) Hallar el espacio muestral de este experimento
- b) Formar los sucesos (sacar los resultados) de:
 - A = la última bola sacada es roja
 - B = sólo se ha sacado una bola roja
 - C = Se han sacado, al menos, 2 bolas rojas
 - D = No se han sacado dos bolas seguidas del mismo color

2. Lanzamos una moneda al aire. ¿Cuál es el espacio muestral? ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara, y de sacar cruz?

Si en vez de una moneda, es una chincheta, responder a las mismas preguntas.

3. Se lanza un dado cúbico, con caras numeradas del 1 al 6, y otro dodecaédrico, con caras numeradas del 1 al 12. Si lanzamos los dados al aire:

¿Cuál es la probabilidad de obtener un 1 en cada una de ellos?

¿Y de que salga un 1 en los dos dados?

4. Vamos a comer a un restaurante; en el menú del día, como primer plato tenemos sopa (S) y ensalada (E); de segundo plato, pasta (P), trucha (T) y filete (F); y de postre, natillas (N), helado (H) y café (C).

Hacer un diagrama de árbol con todas las posibilidades.

¿Cuántas combinaciones posibles hay?

5. Lanzamos un dado cúbico (6 caras), numeradas del 1 al 6, y observamos la puntuación obtenida.

- Escribe el espacio muestral
- Escribe los siguientes sucesos:
 - A = "obtener número par"
 - B = "obtener más de 3"
 - C = "obtener menos de 3"
 - D = "obtener más de 8"
 - E = "obtener menos de 8"
- ¿Qué sucesos es más probable, el B o el C?
- ¿Cuál de los anteriores es un suceso imposible?
- ¿Cuál de los anteriores es un suceso seguro?

6. Calcula la probabilidad de obtener un número mayor que 2 al lanzar un dado cúbico correcto con sus caras numeradas de 1 a 6.

7. En una bolsa hay bolas iguales de tres colores: 3 blancas, 4 verdes y 5 rojas; si se saca una bola y se mira el color, halla la probabilidad de que:

- Sea blanca
- Sea verde
- Sea roja
- No sea verde

- 8.** Si lanzamos simultáneamente 2 monedas al aire, calcula la probabilidad de:
- Sacar dos caras
 - Sacar dos cruces
 - Sacar cara en una moneda y cruz en la otra
- 9.** Una caja contiene 10 bolas, 7 blancas y 3 negras. Si se sacan 2 bolas al azar, escribe el espacio muestral y calcula la probabilidad de:
- Los dos sean del mismo color, con reemplazamiento (se devuelve a la caja la bola que hemos sacado)
 - Los dos sean del mismo color, sin reemplazamiento (no devolvemos a la caja la que hemos sacado)
- 10.** Se extrae una bola de urna que tiene 4 bolas verdes, 5 blancas y 5 negras; halla la probabilidad de que al sacar una bola:
- Sea verde o blanca
 - No sea blanca
- 11.** Ana y Miguel, dos alumnos de 3º de la ESO, tienen respectivamente $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ de probabilidades de suspender un examen de Lengua. La probabilidad de que ambos suspendan simultáneamente el examen es de un $\frac{1}{10}$. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos suspenda el examen?
- 12.** Lanzamos simultáneamente dos dados cúbicos; calcula la probabilidad de:
- Dos unos
 - Dos números distintos de uno
- 13.** Lanzamos al aire una moneda tres veces seguidas; calcula la probabilidad de:
- Sacar tres cruces (+)
 - Dos caras (c)
- 14.** Se ha probado experimentalmente que la probabilidad de que una moneda trucada caiga *cara* es 0,35. Si lanzamos simultáneamente dos monedas trucadas de este tipo, ¿cuál es la probabilidad de que, al menos una de ellas, caiga *cara*?
- 15.** En un partido de fútbol, a un equipo le pitan 2 penaltis en contra. Los va a tirar el mismo delantero del equipo contrario, cuya probabilidad de meter gol es 0,8 (es decir, mete 8 penaltis de cada 10 que tira).
- Halla la probabilidad de que meta, al menos, un gol
 - ¿Cuál es la probabilidad de que falle los dos penaltis?
- 16.** Se lanzan al aire 4 monedas iguales. Calcula la probabilidad de:
- Sacar 4 caras
 - No sacar ninguna cara
- 17.** Acuden a una cena 28 hombres y 32 mujeres; de postre, han comido flan 16 hombres y 20 mujeres; el resto han comido tarta. Si elegimos al azar uno de los comensales, calcula la probabilidad de que:
- sea hombre
 - haya comido tarta
 - sea hombre y haya comido flan

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

1. Tenemos una urna con 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. Si sacamos 3 bolas de la urna, sin devolución, entonces:

- a) Hallar el espacio muestral de este experimento
- b) Formar los sucesos (sacar los resultados) de:
 - A = la última bola sacada es roja
 - B = sólo se ha sacado una bola roja
 - C = Se han sacado, al menos, 2 bolas rojas
 - D = No se han sacado dos bolas seguidas del mismo color

SOLUCIÓN:

- a) $E = \{RRR, RRV, RVR, VRR, RVV, VRV, VVR\}$
- b) Los resultados son:
 - A = $\{RRR, RVR, VRR, VVR\}$
 - B = $\{RVV, VRV, VVR\}$
 - C = $\{RRR, RRV, RVR, VRR\}$
 - D = $\{RVR, VRV\}$

2. Lanzamos una moneda al aire. ¿Cuál es el espacio muestral? ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara, y de sacar cruz?

Si en vez de una moneda, es una chincheta, responder a las mismas preguntas.

SOLUCIÓN:

- Para la moneda
 $E = \{\text{cara, cruz}\} \quad | \quad P(\text{cara}) = P(\text{cruz}) = 1/2 \quad | \quad P(\text{cara}) + P(\text{cruz}) = 1$
- Para la chincheta
 $E = \{\text{hacia arriba, hacia abajo}\}$

NO podemos decir que la probabilidad de cada una es $1/2$, porque los sucesos NO SON EQUIPROBABLES.

3. Se lanza un dado cúbico, con caras numeradas del 1 al 6, y otro dodecaédrico, con caras numeradas del 1 al 12. Si lanzamos los dados al aire:

¿Cuál es la probabilidad de obtener un 1 en cada una de ellos?

¿Y de que salga un 1 en los dos dados?

SOLUCIÓN:

Por la Ley de Laplace

- En el cúbico $\rightarrow P(1)=1/6$
- En el dodecaédrico $\rightarrow P(1)=1/12$

Como son sucesos independientes, la probabilidad será:

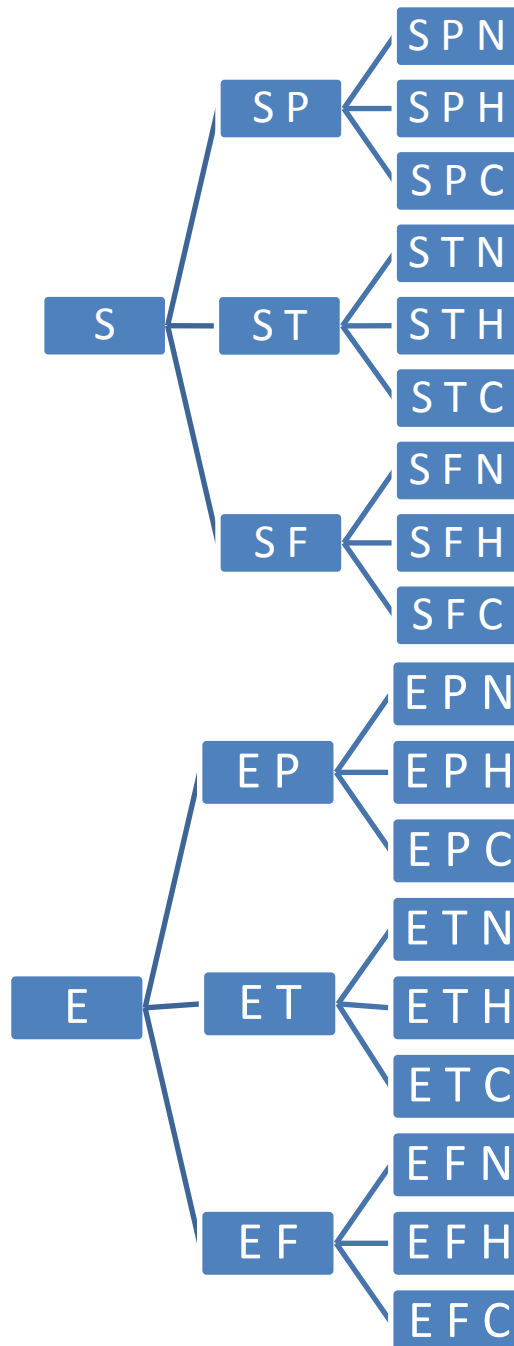
$$P(1) \cdot P(1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{72} \rightarrow 1,39\%$$

4. Vamos a comer a un restaurante; en el menú del día, como primer plato tenemos sopa (S) y ensalada (E); de segundo plato, pasta (P), trucha (T) y filete (F); y de postre, natillas (N), helado (H) y café (C).

Hacer un diagrama de árbol con todas las posibilidades.

¿Cuántas combinaciones posibles hay?

SOLUCIÓN:



Como vemos, hay 18 combinaciones posibles.

5. Lanzamos un dado cúbico (6 caras), numeradas del 1 al 6, y observamos la puntuación obtenida. *(Se muestran las soluciones tras las preguntas)*

- Escribe el espacio muestral $\rightarrow E = \{1,2,3,4,5,6\}$
- Escribe los siguientes sucesos:
 - $A = \text{"obtener número par"} \rightarrow A = \{2,4,6\}$
 - $B = \text{"obtener más de 3"} \rightarrow B = \{4,5,6\}$
 - $C = \text{"obtener menos de 3"} \rightarrow C = \{1,2\}$
 - $D = \text{"obtener más de 8"} \rightarrow D = \{\emptyset\}$
 - $E = \text{"obtener menos de 8"} \rightarrow E = \{1,2,3,4,5,6\}$
- ¿Qué sucesos es más probable, el B o el C? \rightarrow Es más probable B
- ¿Cuál de los anteriores es un suceso imposible? \rightarrow el D
- ¿Cuál de los anteriores es un suceso seguro? \rightarrow el E

6. Calcula la probabilidad de obtener un número mayor que 2 al lanzar un dado cúbico correcto con sus caras numeradas de 1 a 6.

SOLUCIÓN:

Hay 4 posibilidades: el 3, el 4, el 5 y el 6: $P[\text{número mayor que 2}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

7. En una bolsa hay bolas iguales de tres colores: 3 blancas, 4 verdes y 5 rojas; si se saca una bola y se mira el color, halla la probabilidad de que:

(Se muestran las soluciones tras las preguntas)

(En total, $3+4+5=12$ bolas)

- Sea blanca $\rightarrow P(\text{blanca}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

- Sea verde $\rightarrow P(\text{verde}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

- Sea roja $\rightarrow P(\text{roja}) = \frac{5}{12}$

(Obviamente, la probabilidad de que sea o blanca, o verde o roja ha de ser 1; lo comprobamos: $(P(\text{blanca}) + P(\text{verde}) + P(\text{roja})) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{3+4+5}{12} = \frac{12}{12} = 1$

- No sea verde \rightarrow

$$P(\text{no verde}) = P(\overline{\text{verde}}) = 1 - P(\text{blanca o roja}) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{12}\right) = \frac{12-3-5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

8. Si lanzamos simultáneamente 2 monedas al aire, calcula la probabilidad de:

(Se muestran las soluciones tras las preguntas)

- Sacar dos caras $\rightarrow P(2\text{caras}) = P(\text{cara}) \cdot P(\text{cara}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

- Sacar dos cruces $\rightarrow P(2\text{cruces}) = P(\text{cruz}) \cdot P(\text{cruz}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

- Sacar cara en una moneda y cruz en la otra

$$P(1\text{cara}\&1\text{cruz}) = P(\text{cara y cruz}) + P(\text{cruz y cara}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

9. Una caja contiene 10 bolas, 7 blancas y 3 negras. Si se sacan 2 bolas al azar, escribe el espacio muestral y calcula la probabilidad de: *(Se muestran las soluciones tras las preguntas)*

$$\rightarrow E = \{BB, BN, NN, NB\}$$

- Los dos sean del mismo color, con reemplazamiento (se devuelve a la caja la bola que hemos sacado)

$$\rightarrow P(BB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$$

$$\rightarrow P(NN) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

- Las dos sean del mismo color, sin reemplazamiento (no devolvemos a la caja la bola que hemos sacado)

$$\rightarrow P(BB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 2}{5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{7}{15}$$

$$\rightarrow P(NN) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{15}$$

10. Se extrae una bola de urna que tiene 4 bolas verdes, 5 blancas y 5 negras; halla la probabilidad de que al sacar una bola: *(Se muestran las soluciones tras las preguntas)*

- Sea verde o blanca $\rightarrow P(V \cup B) = P(V) + P(B) = \frac{4}{14} + \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$

- No sea blanca $\rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{14} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$

11. Ana y Miguel, dos alumnos de 3º de la ESO, tienen respectivamente 1/2 y 1/5 de probabilidades de suspender un examen de Lengua. La probabilidad de que ambos suspendan simultáneamente el examen es de un 1/10. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos suspenda el examen?

SOLUCIÓN:

$$P(\text{ana} \cup \text{miguel}) = P(\text{ana}) + p(\text{miguel}) - P(\text{ana} \cap \text{miguel}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

12. Lanzamos simultáneamente dos dados cúbicos; calcula la probabilidad de:

(Se muestran las soluciones tras las preguntas)

- Dos unos $\rightarrow P(\text{uno}) \cdot P(\text{uno}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 6^{-2}$

- Dos números distintos de uno \rightarrow

$$P(\overline{\text{uno}}) \cdot P(\overline{\text{uno}}) = \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

13. Lanzamos al aire una moneda tres veces seguidas; calcula la probabilidad de:

(Se muestran las soluciones tras las preguntas)

- Sacar tres cruces (+) $\rightarrow P(+++) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$

- Dos caras (c) $\rightarrow P(cc+) + P(c+c) + P(+cc) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$

14. Se ha probado experimentalmente que la probabilidad de que una moneda trucada caiga *cara* es 0,35. Si lanzamos simultáneamente dos monedas trucadas de este tipo, ¿cuál es la probabilidad de que, al menos una de ellas, caiga *cara*?

SOLUCIÓN:

$$P(\text{cara1} \cup \text{cara2}) = P(\text{cara1}) + P(\text{cara2}) - P(\text{cara1} \cap \text{cara2}) = 0.35 + 0.35 - 0.35 \cdot 0.35 = 0.5775$$

15. En un partido de fútbol, a un equipo le pitan 2 penaltis en contra. Los va a tirar el mismo delantero del equipo contrario, cuya probabilidad de meter gol es 0,8 (es decir, mete 8 penaltis de cada 10 que tira). *(Se muestran las soluciones tras las preguntas)*

- Halla la probabilidad de que meta, al menos, un gol

$$P(\text{un gol}) = P(\text{gol1}) + P(\text{gol2}) - P(\text{gol1} \cap \text{gol2}) = 0.8 + 0.8 - 0.8 \cdot 0.8 = 0.96$$

- ¿Cuál es la probabilidad de que falle los dos penaltis?

$$P(\text{falle1} \cap \text{falle2}) = 1 - P(\overline{\text{falle1} \cap \text{falle2}}) = 1 - 0.96 = 0.04$$

16. Se lanzan al aire 4 monedas iguales. Calcula la probabilidad de:

(Se muestran las soluciones tras las preguntas)

- Sacar 4 caras

$$P(4\text{caras}) = P(\text{cara1}) \cdot P(\text{cara2}) \cdot P(\text{cara3}) \cdot P(\text{cara4}) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0.0625$$

- No sacar ninguna cara

$$P(\text{ninguna cara}) = P(4\text{cruces}) = 0.0625$$

17. Acuden a una cena 28 hombres y 32 mujeres; de postre, han comido flan 16 hombres y 20 mujeres; el resto han comido tarta. Si elegimos al azar uno de los comensales, calcula la probabilidad de que:

- sea hombre
- haya comido tarta
- sea hombre y haya comido flan

- SOLUCIÓN:

Lo primero, confeccionamos la tabla de doble entrada:

	flan	tarta	total
hombre	16	12	28
mujer	20	12	32
total	36	24	60

$$P(\text{hombre}) = \frac{28}{60} = \frac{7}{15} = 0.46$$

$$P(\text{tarta}) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$P(\text{hombre y flan}) = \frac{16}{60} = \frac{4}{15} = 0.27$$